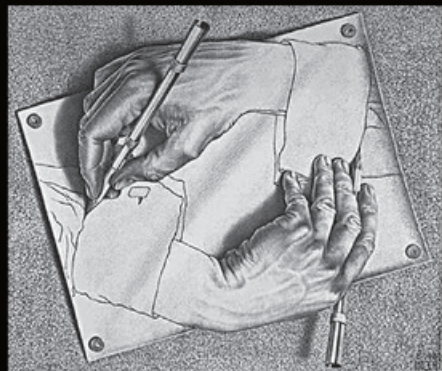


Μαθηματική Λογική

Τυπικά συστήματα, τα Θεωρήματα του Gödel, Θεωρία Αποδείξεων

Γεώργιος Κολέτσος



Ελληνικά Ακαδημαϊκά
Επιχειρήματα και Βιβλία
www.kallipos.gr

HEALLINK
Εθνική Εταιρεία Ακαδημαϊκών Βιβλίων



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑ
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑ

METADATA

Title: Μαθηματική λογική

Other Titles: Τυπικά συστήματα, τα θεωρήματα του Gödel, θεωρία αποδείξεων

Language: Greek

ISBN: 978-960-603-311-7

Subject: HUMANITIES AND ARTS, MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE

Keywords: Logic Completeness Undecidability Proof Theory Curry-howard Isomorphism

Bibliographic Reference: Koletsos, G. (2015). Μαθηματική λογική [Undergraduate textbook]. Kallipos, Open Academic Editions. <http://hdl.handle.net/11419/2299>

Abstract

Η μαθηματική Λογική είναι στενά συνδεδεμένη με τα προγράμματα θεμελίωσης των Μαθηματικών. Το γνωστότερο και συνεκτικότερο από αυτά, το πρόγραμμα του Hilbert, εισήγαγε την έννοια του τυπικού αξιωματικού συστήματος και το ζήτημα της αποκρισιμότητας, δηλαδή τα δύο βασικά θεμέλια των επιστημών της Λογικής και της Πληροφορικής. Στόχος αυτού του προγράμματος ήταν η απόδειξη της συνέπειας των μαθηματικών θεωριών. Ο Gödel, αποδεικνύοντας την αδυναμία υλοποίησης αυτού του στόχου, εισήγαγε τις πρωτογενείς αναδρομικές συναρτήσεις καθώς και τη δυνατότητα των τυπικών συστημάτων να αναφέρονται στον εαυτό τους. Αυτό οδήγησε τον Turing να διατυπώσει το μοντέλο του υπολογισμού και να αποδείξει τα πρώτα αποτελέσματα αναποκρισιμότητας. Εισήχθησαν οι αναδρομικές συναρτήσεις και ξεκαθαρίστηκε το θολό τοπίο του υπολογισμού. Η κατάληξη ήταν η δημιουργία, σε θεωρητικό επίπεδο, της επιστήμης της πληροφορικής και ταυτόχρονα η αποφασιστική συμβολή στη θεμελίωση των μαθηματικών και της θεωρίας συνόλων.

Σκοπός

του βιβλίου είναι να παρουσιάσει όλα τα κλασικά αποτελέσματα της λογικής τα οποία στη συνέχεια έγιναν απαραίτητα σε κάθε σοβαρή μελέτη των θεμελίων των μαθηματικών και της (θεωρητικής) πληροφορικής. Η έννοια του τυπικού αποδεικτικού συστήματος, η αποδειξιμότητα, η ερμηνεία των τυπικών θεωριών, τα θεωρήματα πληρότητας, αποτελούν αντικείμενα του βιβλίου. Επίσης η μελέτη των αναδρομικών συναρτήσεων και η απόδειξη του θεωρήματος μη πληρότητας του Gödel, το οποίο μετεξελίχθηκε στο αποτέλεσμα αναποκρισιμότητας των Gödel, Turing και Church.

Η θεωρία αποδείξεων, που πήρε την εκλεπτυσμένη της μορφή από τον Gentzen, ενδιαφέρεται όχι μόνον για το τι αποδεικνύεται αλλά και για το πώς αποδεικνύεται. Θα παρουσιαστούν όλα τα μεγάλα αποτελέσματα όπως ο sequent calculus, natural deduction και το περίφημο θεώρημα απαλοιφής των τομών, τα οποία, μέσω της ισομορφίας των αποδείξεων με τα προγράμματα, ουσιαστικά αποτελούν μαθηματική μελέτη της δομής των προγραμμάτων στο χώρο της πληροφορικής.