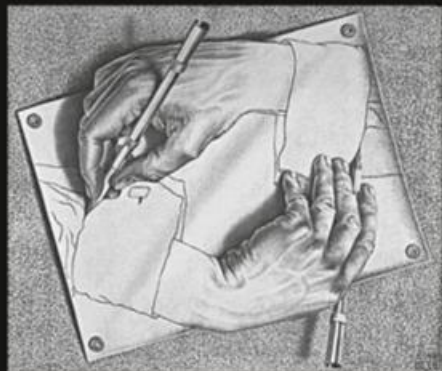


Μαθηματική Λογική

Τυπικά συστήματα, τα Θεωρήματα του Gödel, Θεωρία Αποδείξεων

Γεώργιος Κολέτσος



Ελληνική Ακαδημαϊκή Ηλεκτρονική
Συνεργασία και Βελτίωση
www.kallipos.gr

HEALINK
Hellenic Electronic Academic Link



ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ
ΕΝΩΣΗ



ΕΠΕΑΕΚ
2



ΕΠΕΑΕΚ
2



ΕΠΕΑΕΚ
2



ΕΠΕΑΕΚ
2



ΕΠΕΑΕΚ
2



ΕΠΕΑΕΚ
2



ΕΠΕΑΕΚ
2



ΕΠΕΑΕΚ
2



ΕΠΕΑΕΚ
2



ΕΠΕΑΕΚ
2



ΕΠΕΑΕΚ
2



ΕΠΕΑΕΚ
2



ΕΠΕΑΕΚ
2



ΕΠΕΑΕΚ
2



ΕΠΕΑΕΚ
2

ΜΕΤΑΔΕΔΟΜΕΝΑ

Τίτλος: Μαθηματική Λογική

Υπότιτλος: Τυπικά συστήματα, τα Θεωρήματα του Gödel, Θεωρία Αποδείξεων

Γλώσσα: Ελληνικά

ISBN: 978-960-603-311-7

Θεματικές Κατηγορίες: ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΕΣ, ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ

Λέξεις-κλειδιά: Λογική / Ισομορφισμός Αποδείξεων Προγραμμάτων / Θεωρία Αποδείξεων / Αναποκρισσιμότητα / Πληρότητα

Βιβλιογραφική Αναφορά: Κολέτσος, Γ. (2015). Μαθηματική Λογική [Προπτυχιακό εγχειρίδιο]. Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις. <http://dx.doi.org/10.57713/kallipos-785>

Περίληψη

Η μαθηματική Λογική είναι στενά συνδεδεμένη με τα προγράμματα θεμελίωσης των Μαθηματικών. Το γνωστότερο και συνεκτικότερο από αυτά, το πρόγραμμα του Hilbert, εισήγαγε την έννοια του τυπικού αξιωματούχου συστήματος και το ζήτημα της αποκρισιμότητας, δηλαδή τα δύο βασικά θεμέλια των επιστημών της Λογικής και της Πληροφορικής. Στόχος αυτού του προγράμματος ήταν η απόδειξη της συνέπειας των μαθηματικών θεωριών. Ο Gödel, αποδεικνύοντας την αδυναμία υλοποίησης αυτού του στόχου, εισήγαγε τις πρωτογενείς αναδρομικές συναρτήσεις καθώς και τη δυνατότητα των τυπικών συστημάτων να αναφέρονται στον εαυτό τους. Αυτό οδήγησε τον Turing να διατυπώσει το μοντέλο του υπολογισμού και να αποδείξει τα πρώτα αποτελέσματα αναποκρισσιμότητας. Εισήχθησαν οι αναδρομικές συναρτήσεις και ξεκαθαρίστηκε το θολό τοπίο του υπολογισμού. Η κατάληξη ήταν η δημιουργία, σε θεωρητικό επίπεδο, της επιστήμης της πληροφορικής και ταυτόχρονα η αποφασιστική συμβολή στη θεμελίωση των μαθηματικών και της θεωρίας συνόλων. Σκοπός

του βιβλίου είναι να παρουσιάσει όλα τα κλασικά αποτελέσματα της λογικής τα οποία στη συνέχεια έγιναν απαραίτητα σε κάθε σοβαρή μελέτη των θεμελίων των μαθηματικών και της (θεωρητικής) πληροφορικής. Η έννοια του τυπικού αποδεικτικού συστήματος, η αποδειξιμότητα, η ερμηνεία των τυπικών θεωριών, τα θεωρήματα πληρότητας, αποτελούν αντικείμενα του βιβλίου. Επίσης η μελέτη των αναδρομικών συναρτήσεων και η απόδειξη του θεωρήματος μη πληρότητας του Gödel, το οποίο μετεξελίχθηκε στο αποτέλεσμα αναποκρισσιμότητας των Gödel, Turing και Church.

Η θεωρία αποδείξεων, που πήρε την εκλεπτυσμένη της μορφή από τον Gentzen, ενδιαφέρεται όχι μόνον για το τι αποδεικνύεται αλλά και για το πώς αποδεικνύεται. Θα παρουσιαστούν όλα τα μεγάλα αποτελέσματα όπως ο sequent calculus, natural deduction και το περίφημο θεώρημα απαλοιφής των τομών, τα οποία, μέσω της ισομορφίας των αποδείξεων με τα προγράμματα, ουσιαστικά αποτελούν μαθηματική μελέτη της δομής των προγραμμάτων στο χώρο της πληροφορικής.

